

SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL DA DISPERSÃO DE POLUENTES NA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA EM CONDIÇÕES DE VENTO FRACO

**CARDOSO DA SILVEIRA, Viliam¹; BUSKE, Daniela^{1,2}; QUADROS, Régis²;
CARVALHO, Jonas¹**

¹UFPel, Programa de Pós-Graduação em Meteorologia, PPGMet - viliamcardoso@gmail.com,
jonas.carvalho@ufpel.edu.br

²UFPel, Departamento de Matemática e Estatística, DME/IFM – daniela.buske@ufpel.edu.br,
regis.quadros@ufpel.edu.br

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, uma atenção especial tem sido dada à pesquisa de soluções analíticas para a equação de advecção-difusão para simular a dispersão de poluentes na Camada Limite Atmosférica (CLA). Assim, nesse trabalho apresentamos uma nova solução analítica para a equação de advecção-difusão tridimensional utilizando o método 3D-GILTT (Three-Dimensional Generalized Integral Laplace Transform Technique) (Buske et al., 2011), incorporando a difusão longitudinal ao modelo. Na parametrização da turbulência, os coeficientes de difusão são funções da distância da fonte e representam corretamente a difusão perto da fonte em condições de vento fraco (Arya, 1995).

A importância dos modelos de dispersão em condições de vento fraco (menor que 2m/s) vem do fato de que tais condições ocorrem freqüentemente e são cruciais para episódios de poluição do ar. Nessas condições os poluentes não são capazes de dispersarem-se para longe da fonte e então as áreas próximas são as mais afetadas. Aproximações clássicas baseadas em modelos convencionais, tais como pluma Gaussiana com algumas hipóteses, trabalham razoavelmente bem durante a maioria dos regimes meteorológicos, exceto para ventos fracos e em condições variáveis no tempo. Isso ocorre devido (i) a difusão na direção do vento ser negligenciada em relação à advecção, (ii) a concentração ser inversamente proporcional a velocidade do vento, (iii) as condições médias serem estacionárias e (iv) há uma falta de estimativas apropriadas dos parâmetros de dispersão em condições de vento fraco. Tendo em vista tais restrições, várias tentativas têm sido feitas na literatura para explicar a dispersão na presença de condições de vento fraco.

2. MATERIAL E MÉTODOS

A equação de advecção-difusão para a dispersão de poluentes na atmosfera pode ser escrita como (Arya, 1995):

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} \right) \quad (1)$$

onde \bar{c} denota a concentração média de um contaminante passivo (g/m³), \bar{u} , \bar{v} e \bar{w} são as componentes cartesianas do vento médio (m/s) nas direções x ($0 < x < L_x$), y ($0 < y < L_y$) e z ($0 < z < h$), K_x , K_y e K_z são os coeficientes de difusão. A equação (1) está sujeita as seguintes condições de contorno:

$$K\nabla\bar{c}|_{(0,0,0)} = K\nabla\bar{c}|_{(L_x, L_y, h)} = 0$$

e as condições iniciais e de fonte:

$$c(x, y, z, 0) = 0; \quad \bar{u}c(0, y, z, t) = Q\delta(y - y_0)\delta(z - H_s)$$

onde Q é a taxa de emissão (g/s), h é a altura da camada limite atmosférica (m), H_s a altura da fonte (m), L_x e L_y são os limites nos eixos x e y longe da fonte (m) e δ representa a função delta de Dirac generalizada. A posição da fonte é $(0, y_0, H_s)$.

Para resolver o problema (1), inicialmente aplicamos a técnica da transformada integral na variável y e expandimos a concentração como:

$$\bar{c}(x, y, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{c}_n(x, z, t)\zeta_n(y) \quad (2)$$

onde $\zeta_n(y) = \cos(\lambda_n y)$ é um conjunto de autofunções ortogonais e $\lambda_n = \frac{n\pi}{L_y}$ para $n = 0, 1, 2, \dots$ são os respectivos autovalores.

Para se determinar o coeficiente não conhecido $\bar{c}_n(x, z, t)$ da equação (2), iniciamos substituindo a equação (2) na equação (1) e tomamos momentos. Ainda, assumindo que o vento está orientado na direção do eixo x , ou seja, as velocidades \bar{v} e \bar{w} são nulas, e que o coeficiente de difusão K_y tem dependência somente de z , obtemos a seguinte equação:

$$\frac{\partial \bar{c}_n}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{c}_n}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{c}_n}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{c}_n}{\partial z} \right) + \lambda_n^2 K_y \bar{c}_n = 0 \quad (3)$$

O problema bidimensional transiente (3) é resolvido aplicando a técnica da transformada de Laplace na variável t . Este procedimento nos leva a um problema estacionário, onde \bar{C} denota a transformada de Laplace na variável t ($\bar{C}(x, z, r) = \mathcal{L}\{\bar{c}_n(x, z, t) ; t \rightarrow r\}$) e r é complexo:

$$r\bar{C}(x, z, r) + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}(x, z, r)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \bar{C}(x, z, r)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \bar{C}(x, z, r)}{\partial z} \right) - \lambda_n^2 K_y \bar{C}(x, z, r) \quad (4)$$

A solução do problema estacionário (4) é bem conhecida e pode ser obtida pelo método GILTT (Moreira et al., 2009). Este método combina uma expansão em série com uma integração. Na expansão, é usada uma base trigonométrica determinada com o auxílio de um problema associado de Sturm-Liouville. A integração é feita em todo o intervalo da variável transformada, fazendo proveito da propriedade de ortogonalidade da base usada na expansão. Este procedimento nos leva a um conjunto de equações diferenciais ordinárias de segunda ordem, chamado de problema transformado. Após uma redução de ordem, o problema transformado é resolvido analiticamente por transformada de Laplace e diagonalização. Cabe ressaltar que a derivação da solução do problema estacionário é analítica exceto pelo erro de truncamento. Finalmente, a solução do problema bidimensional é obtida pela transformada inversa de Laplace

utilizando o método da Quadratura Gaussiana. No caso de fazermos $K_x \rightarrow 0$, obtemos as soluções encontradas em (Moreira et al., 2009) e (Buske et al., 2011).

3. PARAMETRIZAÇÃO DA TURBULÊNCIA

Para representar a difusão perto da fonte em condições de vento fraco os coeficientes de difusão devem ser considerados funções não somente da turbulência, mas também da distância da fonte (Arya, 1995). Seguindo essa idéia, Degrazia et al. (2002) propôs uma formulação algébrica para os coeficientes de difusão, que tem a seguinte forma:

$$\frac{K_\alpha}{w_* h} = \frac{0.58c_i \psi^{2/3} (z/h)^{4/3} X \left[0.55(z/h)^{2/3} + 1.03c_i^{1/2} \psi^{1/3} (f_m^*)_i^{2/3} X \right]}{\left[0.55(z/h)^{2/3} (f_m^*)_i^{1/3} + 2.06c_i^{1/2} \psi^{1/3} (f_m^*)_i X \right]^2}$$

onde $\alpha = x, y, z$, $i = u, v, w$, $c_i = \alpha_i (0.5 + 0.05)(2\pi k)^{-2/3}$, $\alpha_i = 1, \frac{4}{3}$ e $\frac{4}{3}$ para as componentes u, v e w, respectivamente, $k = 0.4$ é a constante de von Karman, $(f_m^*)_i$ é a frequência normalizada do pico espectral, h é o topo da camada limite convectiva, w_* é a escala de velocidade convectiva, ψ é a função taxa de dissipação molecular adimensional e $X' = \frac{x w_*}{\bar{u} h}$ é o tempo adimensional, onde \bar{u} é a velocidade média do vento horizontal. Maiores detalhes no artigo (Degrazia et al. 2002).

O perfil de velocidade do vento utilizado neste trabalho é descrito por uma lei de potência (Panofsky; Dutton, 1988).

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Como um exemplo de aplicação, a performance do modelo 3D-GILTT foi avaliada utilizando dados de experimentos difusivos de dispersão em condições de vento fraco realizados pelo Instituto Indiano de Tecnologia (IIT Delhi) (Sharan et al., 1996) (Sharan et al., 2002). No experimento, os poluentes foram liberados sem empuxo de uma altura de 1m e as concentrações de SF_6 foram observadas perto do nível do solo (0.5m). A taxa de liberação de SF_6 varia de 30 a 50 $ml \ min^{-1}$. O período de amostragem para cada rodada foi de 30 min. As medidas do vento e temperatura foram obtidas em quatro níveis (2, 4, 15 e 30 m) de uma torre micro meteorológica de 30 metros. Em todos os casos, a velocidade do vento foi menor do que 2 ms^{-1} no nível de 15m. As amostras foram localizadas em um arco de 50m e 100m de raio. Neste trabalho consideramos um tempo de 1h.

Na Figura 1 temos o diagrama de espalhamento dos dados observados e preditos das concentrações máximas obtidas usando o método 3D-GILTT. Podemos observar que as concentrações máximas calculadas ao nível do solo reproduzem de forma razoável os resultados experimentais.

A Tabela 1 mostra a performance do modelo 3D-GILTT comparado com outros modelos, para o experimento IIT Delhi, usando os índices estatísticos descritos por Hanna (1989). Enquanto a presente abordagem (3D-GILTT) é baseada em uma descrição tridimensional genuína, uma abordagem analítica inicial chamada GILTTG assume que a pluma tem uma distribuição Gaussiana em

y (Moreira et al. 2009). O método ADMM (Moreira et al. 2006) resolve a equação de advecção-difusão bidimensional, discretizando a CLA em subcamadas e assumindo uma Gaussiana para a direção transversal. O método GIADMT (Costa et al. 2009) é uma extensão dos trabalhos anteriores, mas novamente assumindo a discretização do domínio em subcamadas e considerando coeficiente de difusão turbulenta e perfil do vento médios. Os índices estatísticos da tabela 1 indicam que, comparado com outros modelos, uma boa concordância é obtida entre o presente modelo e as concentrações observadas próximas ao nível do solo.

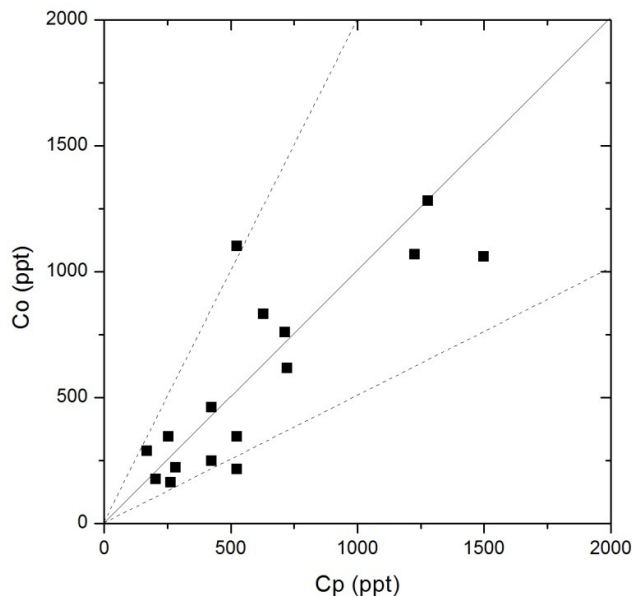


Figura 1: Diagrama de espalhamento das concentrações observada (C_o) e previstas pelo modelo (C_p) para o experimento IIT Delhi utilizando o método 3D-GILTT.

Tabela 1: Comparação estatística entre os resultados do modelo.

Modelo	NMSE	COR	FA2	FB	FS
3D-GILTT	0.14	0.83	0.88	-0.05	-0.04
GILTTG	0.29	0.77	0.81	0.05	-0.25
ADMM	0.35	0.76	0.81	- 0.01	-0.33
GIADMT	0.22	0.93	0.88	0.33	0.31

5. CONCLUSÕES

Descrevemos um modelo matemático para a dispersão de poluentes na CLA, em condições de vento fraco. O modelo considera a difusão longitudinal. A solução analítica de forma fechada do problema proposto é obtida usando o método 3D-GILTT. O modelo proposto foi avaliado em condições instáveis para a distribuição de concentração. Particularmente, os resultados obtidos pelo modelo de dispersão analítica concordam muito bem com os dados de concentração experimentais, indicando que o modelo representa o processo de difusão corretamente em condições de vento fraco.

6. AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a Capes e a Fapergs pelo apoio financeiro parcial deste trabalho.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARYA, P. Modeling and parameterization of near-source diffusion in weak winds. **Meteorological Applications Journal**, 34, 1112-1122, 1995.

BUSKE, D.; VILHENA, M. T.; SEGATTO C. F.; QUADROS R. S. A General Analytical Solution of the Advection-Diffusion Equation for Fickian Closure. In: **Integral Methods in Science and Engineering: Computational and Analytical Aspects**. Birkäuser, Boston, 25-34, 2011.

COSTA, C. P.; VILHENA, M. T.; TIRABASSI, T. Application of the GIADMT method in pollutant dispersion under low wind conditions (In Portuguese). **Ciência e Natura**, 17-20, 2009.

DEGRAZIA, G. A.; MOREIRA, D.M.; CAMPOS, C.R.J.; CARVALHO, J.C.; VILHENA, M.T. Comparison between an integral and algebraic formulation for the eddy diffusivity using the Copenhagen experimental dataset. **Il Nuovo Cimento**, 25C, 207–218, 2002.

HANNA, S. R.; PAINE, R. J. Hybrid plume dispersion model (HPDM) development and evaluation. **Meteorological Applications Journal**, 28, 206–224, 1989.

MOREIRA, D. M.; VILHENA, M. T.; TIRABASSI, T; COSTA, C.; BODMANN, B. Simulation of pollutant dispersion in atmosphere by the Laplace transform: the ADMM approach. **Water, Air and Soil Pollution**, 177, 411–439, 2006.

MOREIRA, D. M.; VILHENA, M. T.; BUSKE, D.; TIRABASSI, T. The state-of-art of the GILTT method to simulate pollutant dispersion in the atmosphere. **Atmosphere Research**, 92, 1-17, 2009.

PANOFSKY, H. A.; DUTTON, J. A. Atmospheric Turbulence. **John Wiley & Sons**, New York, 1984.

SHARAN, M.; SINGH, M. P.; YADAV, A. K. A mathematical model for the atmospheric dispersion in low winds with eddy diffusivities as linear functions of downwind distance. **Atmospheric Environment**, 30 (7), 1137-1145, 1996.

SHARAN, M.; YADAV, A. K.; MODANI, M. Simulation of short-range diffusion experiment in low wind convective conditions. **Atmospheric Environment**, 36, 1901-1906, 2002.