



Formas refinadas para testes de comparação de séries numéricas não-negativas

Autor(es): VENZKE, Cristiane Schwartz; NORBERG, Gabrielle Saller

Apresentador: Cristiane Schwartz Venzke

Orientador: Lioudmila Bourchtein

Revisor 1: Luiz Alberto Brettas

Revisor 2: Maurício Zahn

Instituição: Universidade Federal de Pelotas

Resumo:

O estudo das séries, em matemática, é particularmente interessante por, pelo menos, duas razões. Primeiro, porque as séries se desenvolvem, naturalmente, como caminhos na busca de soluções para problemas de diversas áreas, tais como análise combinatória, probabilidade, financeira, física, química, biologia e computação. Segundo, a teoria das séries, por tratar de somas infinitas, é um assunto indispensável de análise que representa um dos objetos mais simples onde o conceito do limite pode ser introduzido e contém vários resultados profundos e surpreendentes do ponto de vista da lógica comum. O objetivo do nosso estudo foi analisar os testes mais sofisticados para séries numéricas não-negativas e elaborar exemplos que mostram a área da sua aplicabilidade. Dentre os testes mais conhecidos, e usualmente introduzidos, nas disciplinas de Cálculo e Análise, podemos mencionar os da comparação, da razão e da raiz. No entanto, sabemos que estes testes não se aplicam em várias situações, mesmo quando as séries em consideração são simples e bem conhecidas, como as harmônicas generalizadas. Nestes casos, é necessário utilizar outros resultados, mais finos, que normalmente não são apresentados nos cursos de graduação. O estudo destes testes mais sofisticados, além de possibilitar a análise de séries mais complexas, permite esclarecer a hierarquia de testes para séries não-negativas e obter uma visão geral sobre análise das séries numéricas. Neste trabalho, estudamos as formas mais finas dos testes da raiz e da razão, as quais utilizam os conceitos do limite superior e inferior. Isso possibilita eliminar a situação de indecisão a respeito do comportamento de uma série por causa da não existência do limite nos testes da razão e da raiz. Os exemplos clássicos e os preparados durante este estudo revelam várias situações quando isso pode ocorrer. Também, estudamos o teorema de comparação entre os testes da razão e da raiz, tanto na forma tradicional como na refinada, e elaboramos exemplos que mostram que o teste da raiz pode funcionar mesmo quando o teste da razão não se aplica. Para obter o conhecimento geral sobre a construção dos testes de comparação, consideramos o teorema de Kummer e exemplificamos as suas aplicações em alguns casos particulares. Finalmente, analisamos o resultado sobre a não existência da série universal na construção dos testes de comparação.