# ESTIMATIVA TEMPORAL DE ENCHENTE DE RIOS

**BRIÃO, Stephanie Loi**[1]
Universidade Federal de Pelotas

**FINGER, Alice Fonseca**[2]
Universidade Federal de Pelotas

**LORETO, Aline Brum**[3]
Universidade Federal de Pelotas

[1] *Curso de Licenciatura em Matemática - tephyloi88@hotmail.com*
[2] *Curso de Ciência da Computação - alicefinger@gmail.com*
[3] *Departamento de Informática - aline.loreto@ufpel.edu.br*

## 1 INTRODUÇÃO

O número de enchentes em rios tem aumentado significativamente em diversas localidades do Brasil em decorrência do crescimento desordenado das cidades brasileiras, do aumento do número de ocupações às margens de rios, e também devido a precipitações intensas com duração suficiente para ultrapassar a capacidade do volume de água do rio.

Devido a isso, explora-se o modelo de enchentes de rios [1] para estimar qual dia ocorrerá a enchente, através de soluções numéricas. Para resolver as equações de diferenças presentes nesse modelo adotam-se os métodos numéricos de Euler, Trapézio e Runge Kutta de 2ª, 3ª e 4ª ordens [7]. Comparando as soluções desses métodos numéricos, que exigem menos esforço computacional do que o método de Burgers (método proposto pelo Nachbin em [1]), verifica-se qual método melhor aplica-se para um determinado rio conforme a estabilidade.

## 2 METODOLOGIA (MATERIAL E MÉTODOS)

Primeiramente, pesquisaram-se modelos que visam determinar o dia em que o rio transbordará para que as populações ribeirinhas sejam previamente avisadas. Identificado o modelo, realiza-se uma análise para verificar, entre as equações de diferenças que representam esse modelo, quais os métodos numéricos são mais indicados na resolução de cada equação.

Após a determinação dos métodos numéricos, estes foram comparados a partir dos resultados de estabilidade e precisão realizado pelo software livre Scilab. Diante dessa análise, é possível prever melhor o fenômeno das enchentes de rios.

O trabalho de Nachbin, que dinamiza ondas em rios, considera um rio muito mais longo do que largo, chuvas extremamente fortes por uma semana seguida à situação normal e grandezas médias como comprimento (x), largura (y), tempo (t) e superfície (S). Nesse modelo, as chuvas locais, a evaporação, a infiltração de água no solo e as variações no escoamento em cada secção transversal são desprezadas, transformando em um modelo unidimensional (análise mais simples).

O sistema matemático de duas equações e duas incógnitas dependentes, o qual representa como as variações do escoamento médio de água influenciam na variação da área da seção transversal, descrito abaixo:

$$S_t(x,t) = -Q_x(x,t) \tag{1}$$

$$Q = \frac{s^2}{2} \tag{2}$$

onde,
Q(x,t) - a taxa de variação do volume no tempo;
S(x,t) - a altura da superfície livre em cada seção transversal.

A equação diferencial parcial (Equação (1)) é obtida a partir do princípio de conservação de massa entre as seções $x_1$ e $x_2$ e pela Lei Hidrológica [6] (Equação 2).
Realizando aproximações em $S_x$ e $S_t$ na Equação (1) e avaliando no ponto $x_j$ e no instante $t_n$ encontra-se a seguinte equação de diferenças:

$$S_j^{n+1} = S_j^n - S_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(S_j^n - S_{j-1}^n\right) \tag{3}$$

Porém, como os resultados da variação da superfície não obedecem a conservação do volume no final da inundação, discretiza-se a Equação (3) obtendo a equação de diferenças (a qual obedece a conservação da massa):

$$S_j^{n+1} = S_j^n - \frac{\Delta t}{2\Delta x}\left(\left(S_j^n\right)^2 - \left(S_{j-1}^n\right)^2\right) \tag{4}$$

Resolveram-se as Equações (3) e (4) mantendo-se dados iniciais como o comprimento do rio igual a 5 centenas de km e a superfície inicial plana e sem ondas igual a 0,3 centenas de km$^2$. Além disso, as superfícies que supõem chuva torrencial por uma semana seguida da situação normal (S(x,0)):

$$S_j^n = y_n = 0{,}3 + 0{,}1\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi}{7}t\right)\right) \tag{5}$$

$$S_j^{n+1} = y_{n+1} \tag{6}$$

Paralelamente, as Equações (5) e (6) foram adaptadas aos dados iniciais do modelo em estudo, para cumprir a condição de $S_j^n \frac{\Delta t}{\Delta x} < 1$ (método estável), tais como: $\varepsilon = 10^{-5}$, $\Delta x = 1{,}25$ e $\Delta t = 1$, onde ε é a precisão, $\Delta x$ é a variação da posição e $\Delta t$ é a variação do tempo. Juntamente com os dados iniciais na solução numérica da Equação (3), utilizam-se os métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta de 4ª ordem, os quais propõem-se adotar as Equações (7) e (8):

$$h = \frac{\Delta t}{\Delta x} \tag{7}$$

$$f(x_n, y_n) = -S_j^n\left(S_j^n - S_{j-1}^n\right) \tag{8}$$

Na Equação (4) adota-se: $h = -\frac{\Delta t}{\Delta x}$ (9)

$$f(x_n, y_n) = \left(S_j^n\right)^2 - \left(S_{j-1}^n\right)^2 \tag{10}$$

$$h = -\frac{\Delta t}{2\Delta x} \tag{11}$$

$$f_{n+1} = \left(S_j^n\right)^2 \text{ e } f_n = -\left(S_{j-1}^n\right)^2 \tag{12}$$

Na resolução da Equação (4), as Equações (9) e (10) foram adaptadas ao método do Trapézio e as Equações (11) e (12), pelo método de Runge-Kutta de 2ª e 3ª ordens.

Conforme os dados iniciais e as atribuições diferentes e adaptadas em cada método numérico de Euler, Runge Kutta de 2ª, 3ª e 4ª ordens [7], calculam-se volume e superfície do rio em cada dia de chuva.

Na Tabela 1, são apresentados os valores de área e volume, obtidos a partir da aplicação dos métodos numéricos de Euler e Runge-Kutta de 4ª ordem na Equação (3).

Tabela 1: Métodos numéricos aplicados na equação (3) de diferenças

| Tempo | Método de Euler | | Método de Runge-Kutta de 4ª ordem | |
|---|---|---|---|---|
| | Área/Km² | Volume/Km³ | Área/Km² | Volume/Km³ |
| 1 | 0.32748 | 1.6374 | 0.22976 | 1.1488 |
| 2 | 0.39024 | 1.9512 | 0.27681 | 1.38405 |
| 3 | 0.45095 | 2.25475 | 0.32975 | 1.64875 |
| 4 | 0.47475 | 2.37375 | 0.35175 | 1.75875 |
| 5 | 0.43998 | 2.1999 | 0.32050 | 1.6025 |
| 6 | 0.36529 | 1.82645 | 0.25290 | 1.2645 |
| 7 | 0.31566 | 1.5783 | 0.21624 | 1.0812 |
| 8 | 0.33172 | 1.6586 | 0.22976 | 1.1488 |

Analisando a Tabela 1, verifica-se que o método de Euler apresenta-se mais estável, gerando uma melhor precisão do volume e da superfície e que a inundação ocorrerá aproximadamente no quarto dia de chuva [5], [6].

Com interesse na conservação da massa, após a inundação, calculam-se os valores de área e volume, obtidos a partir da aplicação dos métodos numéricos do Trapézio, Runge-Kutta de 2ª e 3ª ordens na Equação (4), os quais são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Métodos numéricos aplicados na equação de diferenças de 2ª ordem

| Tempo | Método do Trapézio | | Método de Runge-Kutta de 2ª ordem | | Método de Runge-Kutta de 3ª ordem | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Área/Km² | Volume/Km³ | Área/Km² | Volume/Km³ | Área/Km² | Volume/Km³ |
| 1 | 0.32804 | 1.6402 | 0.39015 | 1.95075 | 0.36261 | 1.81305 |
| 2 | 0.39653 | 1.98265 | 0.47167 | 2.35835 | 0.44369 | 2.21845 |
| 3 | 0.46533 | 2.32665 | 0.55558 | 2.7779 | 0.52491 | 2.62455 |
| 4 | 0.49009 | 2.45045 | 0.58648 | 2.9324 | 0.5557 | 2.7785 |
| 5 | 0.44700 | 2.235 | 0.53749 | 2.68745 | 0.50613 | 2.53065 |
| 6 | 0.36336 | 1.8168 | 0.43931 | 2.19655 | 0.40564 | 2.0282 |
| 7 | 0.30960 | 1.548 | 0.37225 | 1.86125 | 0.34074 | 1.7037 |
| 8 | 0.32804 | 1.6402 | 0.39015 | 1.95075 | 0.34865 | 1.74325 |

Pela Tabela 2, verifica-se que o método do Trapézio apresenta-se mais estável devido o volume do rio, após uma semana de chuva torrencial, voltar a seu valor inicial. Estima-se, neste caso, que a inundação ocorra no quarto dia.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados dos volumes, das superfícies e do dia de inundação, implementados no software livre Scilab fazendo uso dos métodos numéricos [7], foram aproximados aos valores encontrados pelo método de Burgers tanto na Equação (3), quanto na Equação (4).

Estima-se que no quarto dia, o rio começa a transbordar, espalhando água e diminuindo o seu volume total nos últimos dias da semana. Verifica-se que, ao resolver a Equação (4), a Lei de Conservação da Massa foi obedecida, ao contrário da Equação (3) que não há conservação de volume total de água no instante final da chuva. Por conseguinte, obteve-se uma previsão mais precisa da quantidade de volume no rio durante todo o período de chuva utilizando a Equação (4).

## 4 CONCLUSÕES

A análise dos resultados obtidos permite estimar numericamente que a inundação ocorrerá, aproximadamente, no quarto dia de chuva. O método numérico de Euler é o mais estável na resolução da Equação (3), e na resolução da Equação (4) o método numérico do Trapézio é o mais estável. Verifica-se que a Lei de Conservação da Massa é satisfeita ao se resolver o problema das enchentes pela Equação (4). Logo, essa equação é a que melhor aplica-se na resolução do problema das enchentes.

Por fim, adota-se, para melhor simular este modelo, a equação de diferenças (4) e o método numérico do Trapézio, pois apresenta resultados mais precisos e representa melhor o problema das enchentes. Com isso, tem-se mais confiança na projeção e estimação de futuras enchentes, sem haver mudanças de impactos ambientais e de alto investimento.

**Agradecimentos**

Agradecemos à FAPERGS pelo suporte financeiro na realização do presente trabalho.

## 5 REFERÊNCIAS

[1] NACHBIN, André; TABAK, Esteban. **21º Colóquio Brasileiro de Matemática: equações diferenciais em modelagem matemática computacional**. Rio de janeiro: IMPA, 1997.

[2] SILVA, João Batista Lopes Da. **Modelos de previsão de enchentes em tempo real para o município de Nova Era – MG, Brasil**. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2006.

[3] BRIÃO, Stephanie Loi; LORETO, Aline Brum. Aplicação de métodos numéricos no modelo de enchente de rios. In: **CIC - Congresso de Iniciação Científica**, 18., Pelotas, 2009. Anais do... Pelotas: UFPEL, 2009.

[4] BRIÃO, Stephanie Loi; ORTIZ, Tatiane do Amaral; LORETO, Aline Brum. Análise numérica do modelo de enchente de rios. In: **EREMATSUL - Encontro Regional de Estudantes de Matemática do Sul**, 15., Criciúma, 2009. Anais do... Criciúma: UNESC, 2009.

[5] M. A. G. Ruggiero, V. L. R. Lopes. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**. 2.ed. São Paulo: Makron Books, 1996.