

MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROCESSO DE SINTERIZAÇÃO DE MATERIAIS

GOUVÊA, Rogério Almeida
Universidade Federal de Pelotas - UFPel

CAVA, Sérgio da Silva
Universidade Federal de Pelotas - UFPel

1 INTRODUÇÃO

Na conformação e processamento de materiais é de grande importância o processo de sinterização, chamado informalmente de queima do material, é através desse processo que são produzidos grande parte dos materiais cerâmicos e, por sinterização de pó, é possível produzir até mesmo polímeros e metais.

A sinterização consiste em aquecer partículas de baixa granulometria que se mantêm em estreito contato até ocorrer fundição das partículas por coalescência, isto é, pela fusão de superfícies adjacentes. Nas figura 1 e 2 está ilustrado o processo de sinterização de materiais em diferentes escalas.

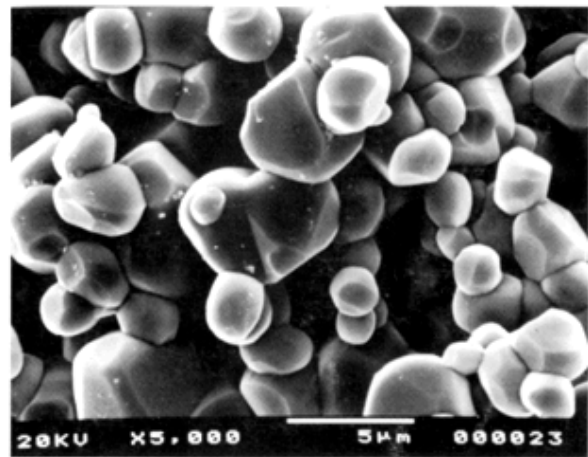
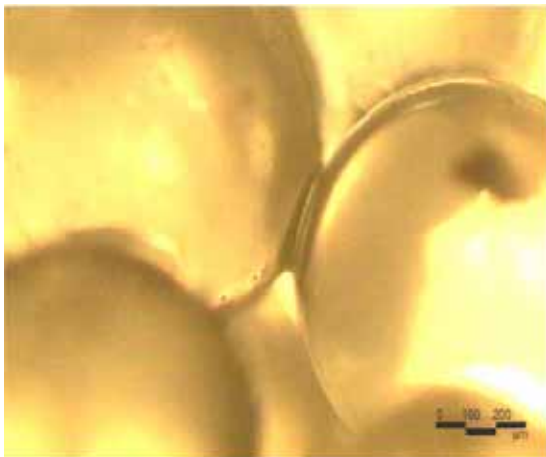


Figura 1 – Pequenas bolas de vidro em forno. Figura 2 – Partículas microscópicas de SnO₂.

Contanto, as propriedades e a qualidade de um material obtido por sinterização dependem intrinsecamente de diversas variáveis como temperatura, energia interna, vazios intergranulares, impurezas, fator de empacotamento entre outros. Essa diversidade de fatores dificulta a previsão de como o processo transcorre e funciona como empecilho para o desenvolvimento de materiais mais eficientes que dependam desse processo.

Em última análise, o desenvolvimento de métodos que permitam relacionar essas variáveis de uma maneira coerente e dinâmica pode trazer diversos benefícios na síntese de novos materiais por meio da sinterização. Um bom exemplo que ilustra essa problemática é o conhecimento da temperatura exata para sinterizar uma peça cerâmica, tendo essa informação é possível obter uma alta densificação do material aumentando tanto resistência mecânica como a sua durabilidade, por redução da porosidade.

Esse trabalho está centrado em desenvolver um modelo matemático capaz de descrever o dinamismo do processo de sinterização de maneira

eficiente. A bibliografia utilizada, referente à parte de sinterização, consiste em livros tradicionais em engenharia de materiais cerâmicos como Introduction to Ceramics^[1] e Science of Ceramic Chemical Processing^[2], mas prioritariamente artigos sobre sinterização encontrados em sítios como ISIKnowledge e Capes.

2 METODOLOGIA (MATERIAL E MÉTODOS)

O trabalho em questão se encontra em desenvolvimento e faz uma abordagem essencialmente teórica do processo de sinterização. A experimentação, entretanto, tem funcionado como aliada para a compreensão da natureza do processo assim como julgar a veracidade das previsões encontradas nos estudos. Um exemplo é a microscopia da figura 3, utilizada como parâmetro nos estudos realizados.

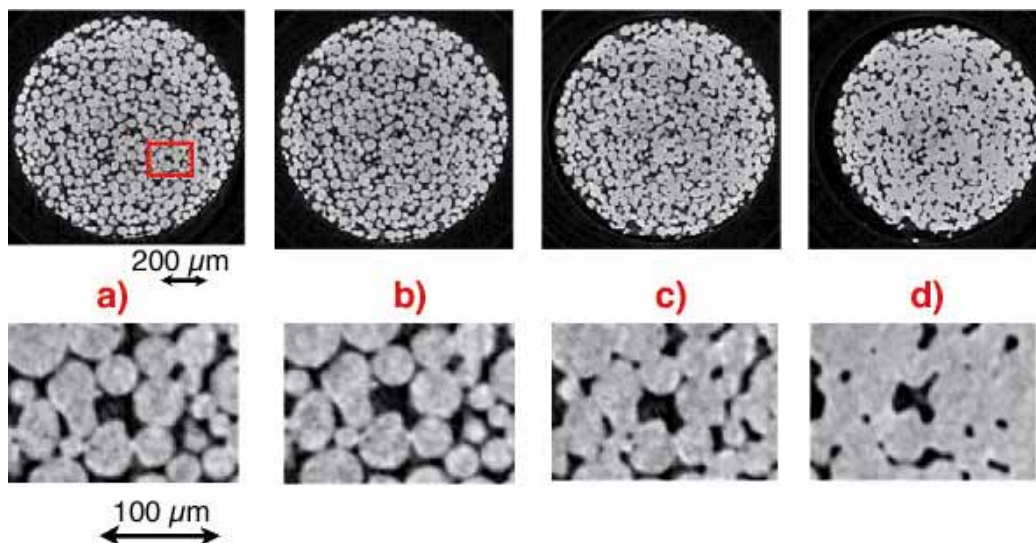


Figura 3 – Partículas microscópicas de cobre em diferentes etapas do processo de sinterização.

As teorias são formuladas a partir do cálculo de variáveis complexas por permitir maior versatilidade ao cálculo de várias variáveis. Nessa área são então destacados como formas de modelagem, os métodos de projeção conforme e a teoria fractal.

A modelagem por projeção conforme visa obtenção de uma aplicação funcional que ao ser aplicada ao espaço amostral permita representar o processo de sinterização em função do tempo. A modelagem fractal tem o mesmo objetivo usando entretanto, sistemas de funções iteradas para representação das partículas uma vez que a sinterização é um processo que geometricamente apresenta autossimilaridade.

Para auxiliar a modelagem são utilizados os softwares Mathematica[®] e MatLab[®] para cálculo simbólico e numérico respectivamente, o conhecido SolidWorks[®] para modelagem computacional e o software livre ChaosPro para modelagem fractal.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

No estudo feito com projeções conformes, constatou-se que a função de variável complexa $f(z)$, dada pela relação mostrada a seguir, é capaz de descrever as transformações que ocorrem na morfologia das partículas durante o

processo de sinterização. Variáveis como temperatura e pressão de vapor são supostas constantes.

$$f(z) = z \cdot \left(\text{Cosh}\left[\frac{x}{\alpha}\right] \text{Cosh}\left[\frac{y}{\alpha}\right] \right)^t$$

Onde z é o número complexo $x + iy$, associado a cada partícula do espaço amostral, α é o raio do espaço amostral e t é a variável relacionada ao tempo.

Nas figura 4 e 5 é mostrada a grade genérica da aplicação $f(z)$, e nas figuras 6 e 7 é mostrada a aplicação da função $f(z)$ em um espaço amostral criado com Mathematica 7.0 Pro.

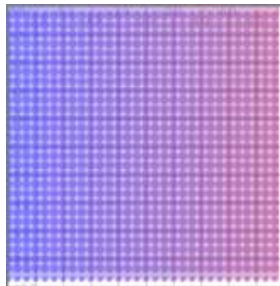


Figura 4 — Grade do domínio de f

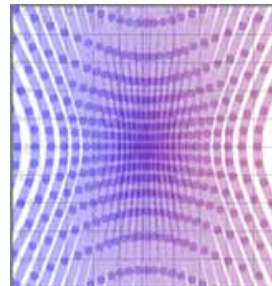


Figura 5 – Grade resultante com aplicação de $f(z)$

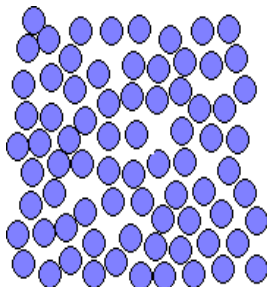


Figura 6 – Espaço amostral genérico representando partículas antes da sinterização

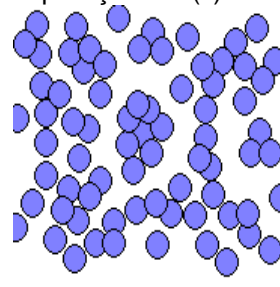


Figura 7 – Espaço amostral após aplicação de $f(z)$, partículas se aglomeram conforme no processo de sinterização

Além de visualmente condizente, o modelo se adaptou a grande parte das equações que descrevem o processo de sinterização através da introdução de algumas constantes.

No caso dos estudos realizados tendo a teoria fractal como base, o resultado mais importante foi uma modelagem feita a partir da definição do conjunto de Julia, o qual define um fractal muito utilizado em Teoria do Caos. As fórmulas de iteração utilizadas foram Magnet I e Magnet II, tradicionalmente usadas para descrição de fenômenos magnéticos em nível quântico, suas equações são mostradas a seguir:

$$z_{n+1} = \left[\frac{z_n^2 + (c-1)}{2z_n + (c-2)} \right]^2 \quad z_{n+1} = \left[\frac{z_n^3 + 3(c-1)z_n + (c-1)(c-2)}{3z_n^2 + 3(c-2)z_n + (c-1)(c-2) + 1} \right]^2$$

O parâmetro de iteração inicial c foi escolhido como o ponto $\sqrt{p} + i.p$ enquanto p varia no intervalo $[1, 2.5]$. Conforme o parâmetro p varia no intervalo de 1 a 2.5 foi constatada uma grande semelhança com o processo de sinterização

descrito na literatura científica como é possível perceber nas figuras mostradas a seguir:

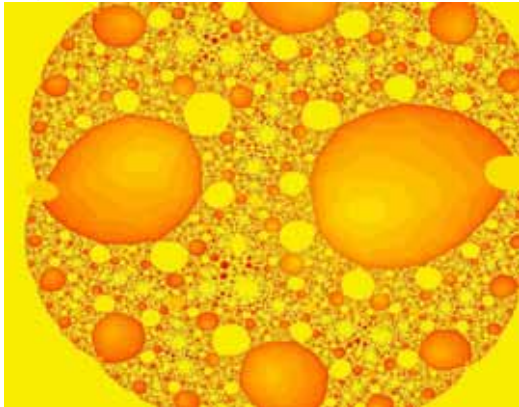


Figura 8 – Fractal com parâmetro $p=1$.



Figura 9 – Fractal com parâmetro $p=1$. Aproximado.

O pescoço apresentado por partículas em coalescência aparece em cada partícula, como podemos constatar na figura 9, rigorosamente de acordo com o processo real.

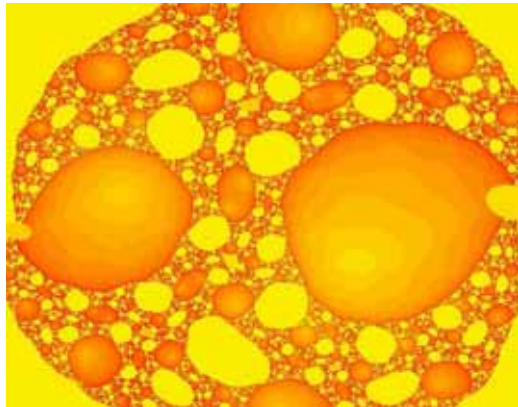


Figura 10 – Fractal com parâmetro $p=1,5$.

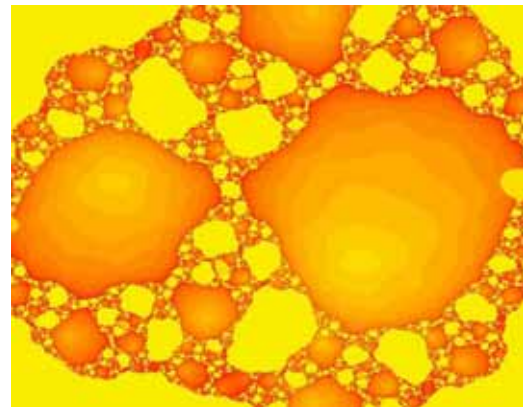


Figura 11 – Fractal com parâmetro $p=2$.

Nas figura 10 e 11 vemos que o modelo 'agrega' cada vez um número maior de partículas conforme p varia continuamente no intervalo $[1, 2.5]$.

4 CONCLUSÕES

Este trabalho, apesar de ter começado recentemente, permitiu uma maior compreensão do processo de sinterização e mostra que as ferramentas matemáticas são essenciais para toda e qualquer ciência aplicada.

Quanto à continuidade do trabalho, pretende-se estender o modelo de mapa conforme para partículas de granulometria variada e também estender o modelo fractal para 3 dimensões.

5 REFERÊNCIAS

- Kingery, W.D. **Introduction to Ceramics**. New York: Wiley, 1980.
 Cerry, J.A. **Sintering of SnO₂ activated by MnO₂**. Cerâmica vol.43 no.281-282 São Paulo May/June/July/Aug. 1997
 German, R.M. **Sintering Theory and Practice**, John Wiley and Sons, N.Y., 1996.

6 TABELAS E FIGURAS

Figuras 1-3: retiradas dos artigos citados. Figuras 4-7: produzidas com o software Mathematica Pro 7.0. Figuras 8-11: produzidas com o software ChaosPro 4.0.